A periodic analogue of classical Riemann boundary problem for upper and lower half-plane and describes solvability theorems depending on the index of the problem is considered.

Key words: Riemann boundary problem; index.

УДК 517.983

ОБРАТИМОСТЬ ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В МНОГОМЕРНЫХ КОНУСАХ

© В.Б. Васильев

Ключевые слова: псевдодифференциальное уравнение; конус; обратимость; условие Дирихле.

Рассматривается модельное псевдодифференциальное уравнение в многомерном конусе и при некоторых дополнительных условиях описывается структура общего решения псевдодифференциального уравнения в пространствах Соболева–Слободецкого.

1. При изучении разрешимости псевдодифференциальных уравнений в областях с негладкой границей одним из ключевых моментов является описание условий обратимости модельного оператора в канонической негладкой области. Если граница содержит коническую точку x_0, то речь идет об обратимости оператора

$$u(x) \longmapsto \int\limits_{C_+^a} \int\limits_{\mathbf{R}^m} A(x_0,\xi) e^{ix\xi} \tilde{u}(\xi) d\xi, \tag{1}$$

где $A(x,\xi)$ – символ оператора A; $C_+^a = \{x \in \mathbf{R}^m : x = (x_1,...,x_m), x_m > a|x'|, a > 0, x' = = (x_1,...,x_{m-1})$, другими словами, требуется обратимость оператора (1) с замороженным полюсом x, т. е. с символом $A(\cdot,\xi)$, не зависящим от x.

Мы рассматриваем псевдодифференциальное уравнение вида

$$(Au)(x) = f(x),\ x \in C_+^a, \tag{2}$$

в многомерном конусе C_+^a в пространствах Соболева–Слободецкого $H^s(C_+^a)$, где A – псевдодифференциальный оператор с символом $\hat{A}(\xi), \xi \in \mathbf{R}^m$.

Уравнение (2) – типичное модельное уравнение при исследовании разрешимости псевдодифференциальных уравнений на многообразиях, граница которых содержит конические точки (ситуация с гладкой границей подробно описана в [1]). Для решения этой задачи автор [2] ввел понятие волновой факторизации символа эллиптического оператора относительно конуса C_+^a и в двумерном случае описал условия обратимости оператора (1) при наличии такой факторизации. Здесь рассматривается существенно многомерная ситуация $(m \geqslant 3)$ и специальные типы граничных условий в пространствах Соболева–Слободецкого $H^s(C_+^a)$.

Пространство Соболева–Слободецкого $H^s(\mathbf{R}^m)$ – это гильбертово пространство (обобщенных) функций с конечной нормой [1]

$$||u||_s^2 = \int\limits_{\mathbf{R}^m} |\tilde{u}(\xi)|^2 (1+|\xi|)^{2s} d\xi.$$

Пространство $H^s(C_+^a)$ – это подпространство функций в $H^s(\mathbf{R}^m)$, носители которых содержатся в $\overline{C_+^a}$. Правая часть уравнения (2) берется из пространства функций $H^s(C_+^a)$, допускающих продолжение на все $H^s(\mathbf{R}^m)$, и норма в этом пространстве определяется как

$$||f||_s^+ = \inf ||lf||_s,$$

где $\inf$ берется по всем продолжениям l в $H^s(\mathbf{R}^m)$.

2. Относительно символа $\hat{A}(\xi)$ предполагаем выполненным условие

$$c_1 \leqslant |\hat{A}(\xi)(1+|\xi|)^{-\alpha}| \leqslant c_2, \ \alpha \in \mathbf{R}, \tag{3}$$

кроме того, $\hat{A}(\xi)$ должен допускать волновую факторизацию [2] относительно конуса C_+^a с индексом æ, $|æ - s| = n + \delta$, $n \in \mathbf{N}$, $|\delta| < 1/2$. В этом случае можно описать структуру общего решения уравнения (1) следующим образом.

Обозначим $A_{\neq}(\xi), A_{=}(\xi)$ элементы волновой факторизации символа $\hat{A}(\xi)$, V_a псевдодифференциальный оператор с символом $exp(ia|\xi'|)$, $\xi' = (\xi_1, ..., \xi_{m-1})$.

Справедлива следующая

Т е о р е м а. *Общее решение уравнения* (1) *в образах Фурье выражается формулой*

$$\tilde{u}(\xi) = A_{\neq}^{-1}(\xi) Q_n(\xi) G_m A_{=}^{-1}(\xi) Q_n^{-1}(\xi) \tilde{lf}(\xi) + A_{\neq}^{-1}(\xi) V_a \left(\sum_{k=1}^{n} \tilde{c}_k(\xi') \xi_m^{k-1} \right),$$

где $c_k(x') \in H^{s_k}(\mathbf{R}^{m-1})$ *– произвольные функции;* $s_k = s - æ + k - 1/2$, $k = 1, 2, ..., n$, lf *– произвольное продолжение* v *на* $H^{s-\alpha}(\mathbf{R}^m)$; $\delta(\xi_m)$ *– дельта-функция Дирака одной переменной,* $Q_n(\xi)$ *– произвольный полином, удовлетворяющий условию* (3) *с* $\alpha = n$, G_m *– интегральный оператор вида*

$$\lim_{\tau \to 0+} \int\limits_{\mathbf{R}^m} \frac{u(y', y_m) dy}{(|x' - y'|^2 - a^2(x_m - y_m + i\tau)^2)^{m/2}}.$$

Можно получить также априорную оценку решения, аналогичную [2].

Основываясь на этом представлении, можно предложить различные постановки краевых задач для уравнения (2).

3. Для выделения единственного решения уравнения (2) требуются условия, позволяющие однозначно определить произвольные функции Если рассмотреть простейший случай $n = 1, f \equiv 0$, то общее решение уравнения (2) примет вид (в фурье-образах)

$$\tilde{u}(\xi) = A_{\neq}^{-1}(\xi) V_a \tilde{c}(\xi'),$$

и в однозначном определении нуждается лишь одна функция $c(x')$. Здесь в качестве дополнительных условий подходят классические условия Дирихле и Неймана.

4. Некоторые вопросы разрешимости дискретных уравнений типа (2) рассматривались в работах [3, 4]. В частности, установлена одновременная разрешимость уравнений типа (2) в дискретном и континуальном случаях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Эскин Г.И.* Краевые задачи для эллиптических псевдодифференциальных уравнений. М.: Наука, 1973. С. 273.

2. *Васильев В.Б.* Мультипликаторы интегралов Фурье, псевдодифференциальные уравнения, волновая факторизация, краевые задачи. 2-е изд. М.: КомКнига, 2010. С. 236.

3. *Vasilyev V.B., Ladde G.S., Medhin N.G.,* Discrete convolutions and difference equations // Proceedings of Dynamic Systems and Applications. Eds. Chuang Peng, Sambandham M. 2008. V. 5. P. 474-480.

4. *Vasilyev V.B.* Elliptic equations and boundary value problems in non-smooth domains // Pseudo Differential Operators: Analysis, Applications and Computations. Operator Theory: Advances and Applications. Eds. Rodino L., Wong M.W., Zhu H. 2011. V. 213. P.105-121.

Vasilyev V.B. INVERTIBILITY OF PSEUDO DIFFERENTIAL OPERATORS IN MULTI-DIMENSIONAL CONES

A model pseudo differential equation in a multi-dimensional cone and under some additional conditions describes a structure of general solution of pseudo differential equation in Sobolev–Slobodetskii spaces is considered.

Key words: pseudo differential equation; cone; invertibility; Dirichlet condition.

УДК 519.865

КАНАЛ ДЛЯ ЗНАЧЕНИЙ ВРЕМЕННÓГО РЯДА

© **В.В. Васильев, О.В. Исаева**

Ключевые слова: временной ряд; индикатор; таймфрейм.

Рассматривается алгоритм построения канала движения цены финансового инструмента.

В работе [1] установлена связь между термодинамикой и экономикой, которая позволяет использовать математические методы для анализа поведения цены финансового инструмента. В данной работе приводится алгоритм на языке MQL4 для нахождения канала, в котором будет двигаться цена финансового инструмента. В приведенном алгоритме ZZ – значение индикатора ZigZag, P1, P2, P3, P4, P5 – опорные точки для построения канала, T1, T2, T3, T4, T5 – моменты времени появления опорных точек, SL, TP – границы канала, значения HP1, HP2, HP3, MP1, MP2, MP3 используются для нахождения момента входа в рынок. Алгоритм используется для работы на дневном, часовом и минутном таймфреймах.

```
i = 1; cnt = 0;
while (cnt < 6)
double ZZ = iCustom(currencies[j], tf0, "ZigZag ExtDepth, ExtDeviation, ExtBackstep, 0, i);
if (ZZ != 0)
{if (cnt == 1)
{P1 = ZZ;
int T1 = i;}
if (cnt == 2)
{P2 = ZZ;
int T2 = i;}
if (cnt == 3)
{P3 = ZZ;
int T3 = i;}
if (cnt == 4)
{P4 = ZZ;
int T4 = i;}
if (cnt == 5)
{P5 = ZZ;
```